

3. cvičení - Vícerozměrná integrace a Fubiniova věta

☎ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1. Spočtěte následující integrály.

- (a) $\int_M x \sin y \, d(x, y)$, kde $M = [1, 2] \times [0, \frac{\pi}{2}]$
- (b) $\int_M x^y \, d(x, y)$, kde $M = [0, 1] \times [1, 2]$
- (c) ☎ $\int_M y \, d(x, y)$, kde množina M je ohraničena křivkami $x^2 - y + 2 = 0$ a $x + y - 4 = 0$
- (d) $\int_M \frac{x}{y^2} \, d(x, y)$, kde $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq y \leq 3\}$
- (e) $\int_M e^{\frac{x}{y}} \, d(x, y)$, kde množina M je ohraničena křivkami $x = 0, y = 1, y = 2, y^2 = x$
- (f) ☎ $\int_M xy^2 \, d(x, y)$, kde $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 1 \leq 0, x + y - 1 \geq 0\}$
- (g) ☎ $\int_M 1 \, d(x, y)$, kde množina M je ohraničena křivkami $x + y = 4, x + y = 12, y^2 = 2x$

Příklad 2. Spočtěte následující integrály.

- (a) $\int_M x^2 + y^2 \, d(x, y)$, kde M je trojúhelník s vrcholy $(0, 0), (1, 0), (0, 2)$
- (b) $\int_M e^{-x-y} \, d(x, y)$, kde $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y\}$
- (c) ☎ $\int_M x(y + 1) \, d(x, y)$, kde M je jednotkový kruh
- (d) $\int_M \sin(x + 2y) \, d(x, y)$, kde $M = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}]$
- (e) $\int_M xy \, d(x, y)$, kde M je čtvrtina jednotkového kruhu ležící v prvním kvadrantu
- (f) $\int_M xyz^2 \, d(x, y, z)$, kde $M = [0, 2] \times [0, 2] \times [-1, 1]$
- (g) $\int_M 2x^2y \, d(x, y)$, kde M je čtyřúhelník s vrcholy $(0, 0), (0, 2), (1, 1), (1, 3)$
- (h) $\int_M ye^{-x} \, d(x, y)$, kde $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, |x - y| \leq 1\}$
- (i) $\int_M (x^2y + xy^2) \, d(x, y)$, kde množina M je trojúhelník s vrcholy $(0, 0), (2, 1), (1, 2)$

Pokračování na další straně :)



Příklad 3. Spočtěte pomocí substituce.

- (a) $\int_M x^2 + y^2 \, d(x, y)$, kde $M = [x^2 + (y + 2)^2 \leq 4]$
- (b) $\oint_M h - 2x - 3y \, d(x, y)$, kde $M = [x^2 + y^2 \leq R^2]$ a $h, R \in \mathbb{R}$
- (c) $\oint_M (x + y) \cos(\pi(x - y)) \, d(x, y)$, kde $M = [x + y \geq 0, x \leq 1, 1 + y \leq x \leq 2 + y]$
- (d) $\int_M \frac{y}{x} e^{xy} \, d(x, y)$, kde M je omezená křivkami $xy = 2, xy = 4, y = 2x, y = \frac{x}{2}$ v prvním kvadrantu
- (e) $\int_M x^2 + y^2 \, d(x, y)$, kde M je omezená křivkami $x^2 + y^2 + 2x = 1, x^2 + y^2 = -2x$

Příklad 4. Spočtěte pomocí substituce.

- (a) $\int_M 1 \, d(x, y)$, kde M je kruh s poloměrem r
- (b) $\int_M e^{-x^2 - y^2} \, d(x, y)$, kde $M = [x \leq 0, y \leq 0, x^2 + y^2 \leq 1]$
- (c) $\oint_M x \, d(x, y)$, kde $M = [x \geq 0, y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4]$
- (d) $\int_M \arctan \frac{y}{x} \, d(x, y)$, kde $M = [x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0]$
- (e) $\int_M \frac{\log(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} \, d(x, y)$, kde $M = [1 \leq x^2 + y^2, y \geq 0]$
- (f) $\int_M \sin \sqrt{x^2 + y^2} \, d(x, y)$, kde $M = [\pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2]$

